



# Prosiding

## Seminar Nasional

Unit Kegiatan Mahasiswa Penalaran dan Riset

IKIP PGRI Bojonegoro

Tema "Eksplorasi Penalaran dalam Riset untuk Meningkatkan Kualitas Publikasi Ilmiah"



## Strategi untuk Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Matematis: Suatu Tinjauan Pustaka

Amelya Amandha<sup>1</sup>, Junarti<sup>2</sup>, Anita Rahayu<sup>3</sup>,

<sup>1,2,3</sup> Program Studi Pendidikan Matematika, IKIP PGRI Bojonegoro, Indonesia

[amelyaamandha7@gmail.com](mailto:amelyaamandha7@gmail.com)

**abstrak** – Keahlian dalam membuktikan secara matematis merupakan sebuah kunci berpikir logis dan analitis. Karena hal itu, keahlian pembuktian matematis harus ditingkatkan dengan menggunakan beberapa strategi tinjauan pustaka. Penelitian ini memiliki tujuan yaitu untuk mendeskripsikan beberapa strategi sebagai upaya peningkatan keahlian atau keterampilan penalaran matematis. Pada kajian ini terdapat beberapa strategi untuk meningkatkan kemampuan pembuktian matematis. Metode yang digunakan dalam penulisan/pembuatan karya ini adalah tinjauan literatur yang meliputi pencarian literatur, seleksi dan sintesis. Penelitian ini menggunakan data sekunder dari artikel jurnal online sebagai sumber informasi. Hasil penelitian ini bertujuan untuk menjelaskan beberapa strategi untuk meningkatkan keterampilan pembuktian matematis yaitu penerapan model pembelajaran PACE, model pembelajaran "Problem Based Learning" (PBL), dan dengan pendekatan induktif-deduktif. Kesimpulan dari penelitian ini adalah terdapat 3 (tiga) strategi yang dapat digunakan untuk meningkatkan pembuktian matematis.

**Kata kunci** – Pembuktian matematis, Strategi pembelajaran

**Abstract** – Skill in proving mathematically is the key to logical and analytical thinking. Because of this, mathematical proof skills must be improved by using several literature review strategies. This research aims to describe several strategies as an effort to improve mathematical reasoning skills. In this study there are several strategies to improve mathematical proof skills. The method used in writing/creating this work is a literature review which includes literature search, selection and synthesis. This research uses secondary data from online journal articles as a source of information. The results of this research aim to explain several strategies for improving mathematical proof skills, namely the application of the PACE learning model, the "Problem Based Learning" (PBL) learning model, and the inductive-deductive approach. The conclusion of this research is that there are 3 (three) strategies that can be used to improve mathematical proof.

**Keywords** – Mathematical proof, Learning strategy

## PENDAHULUAN

Pendidikan diartikan sebagai sebuah proses pengembangan diri dan penyesuaian diri secara etis berdasarkan keinginan hati seseorang (Rahman, & Yunita, 2018). Dengan adanya pendidikan seseorang punya ilmu pengetahuan yang jauh lebih luas. Pendidikan sangat penting bagi seseorang sejak usia dini, karena di

usia dini seorang anak akan lebih cepat menangkap sebuah ilmu dan akan membawanya sampai usia dewasa. Dalam ilmu pendidikan ada beberapa macam bidang yang pasti akan dipelajari seseorang. Salah satunya yaitu dalam bidang mathematic.

Matematika diartikan sebagai satu bidang ilmu yang penggunaannya berkaitan dengan kegiatan manusia dalam sehari-hari dan pengaplikasiannya yaitu pada situasi dimana masalah diselesaikan secara cepat, tepat, dan sesuai, (Sugandi, A.I., & Akbar, P. 2019). Matematika dikatakan sebagai ilmu yang mempunyai peranan yang kompleks, sehingga harus dipadukan dengan ilmu-ilmu lain agar lebih bermakna, karena pada hakikatnya setiap ilmu memerlukan matematika sebagai pelengkap (Handayani, N. 2015). Matematika dianggap sebagai ilmu yang penyelesaiannya menggunakan akal serta logika untuk memahaminya erat kaitannya dengan keyakinan bahwa suatu pernyataan itu benar Nurrahmah, A., & Karim, A. (2018). Kemampuan bernalar dan berlogika membantu pada tahapan proses berpikir deduksi logis (Junarti et al., 2019). Keyakinan ini tidak serta merta menjadi standar kebenaran, namun harus terlebih dahulu dibuktikan dengan bukti matematis Hernadi, J. (2008). Pembuktian adalah hal penting dalam matematika, hal ini karena mendorong pemikiran logis dan analitis serta memungkinkan verifikasi kebenaran hipotesis.

Pembuktian matematis merupakan pondasi dari matematika dan merupakan bagian yang fundamental, sebuah proposisi matematika bisa dikatakan benar atau salah bergantung pada bagaimana membuktikannya (Firmasari & Sulaiman, 2019). Untuk memperoleh keterampilan pembuktian matematis, pemahaman dan penguasaan konsep dasar matematika yang baik merupakan prasyarat untuk proses pembelajaran selanjutnya (Junarti et al., 2023). Berbagai strategi diperkenalkan kepada siswa antara lain dengan pendekatan seperti (Junarti et al., 2019) bahwa peranan definisi dan teorema yang mendukung pembuktian itu ikut menentukan proses pembuktian matematik. Selain itu untuk membantu dalam proses pembelajarannya dibutuhkan strategi dengan melalui model-model belajar yang mendukung proses pembuktian matematis.

Strategi pembuktian matematis yang diperkenalkan di sekolah menengah dan kemudian berlanjut ke jenjang yang lebih tinggi adalah model pembelajaran PACE. Model pembelajaran ini lebih mementingkan proses pembelajaran aktif melalui kerja kelompok dan diskusi antar siswa dalam kelas maupun luar kelas. Fokusnya pada pembelajaran aktivitas mental yang memiliki tujuan untuk memberikan peningkatan dalam keahlian berpikir cerdas sehingga dapat dihasilkan pemikiran kreatif dan inovatif.

Sebuah strategi dalam pembelajaran "*Problem Based Learning*" memberikan suatu kebebasan kepada para siswa dalam sebuah proses pembelajaran, Yandhari, Dkk., (2019). Pada strategi pembelajaran ini, para siswa dihadapkan dengan

permasalahan pada saat proses pembelajaran. Hal ini menjadikan para siswa merasa tertantang dan memiliki keinginan untuk berkolaborasi dan meningkatkan keterampilan pemecahan satu masalah dengan mengumpulkan, membuktikan dan menganalisis data untuk memecahkan masalah dan mencari solusi.

Dalam proses pembelajaran guru mengajar masih menggunakan metode pendekatan ceramah dan penugasan, terkadang guru juga menggunakan pendekatan deduktif-induktif yang dijalankan tanpa merubah kurikulum dan tatanan yang ada. Dalam suatu proses pembelajaran, pola pikir deduktif merupakan satu hal yang penting dan termasuk salah satu tujuan yang memberikan tekanan pada penataan nalar, namun juga pembelajaran menggunakan pola pikir induktif juga diperlukan yang juga memiliki tujuan agar pembelajaran lebih produktif dan bermakna sehingga hasil yang tercapai dengan maksimal.

## METODE

Metode penelitian kepustakaan (*library research*) menjadi metode yang kami gunakan dalam penulisan artikel ini. Penelitian metode pustaka diartikan sebagai penelitian yang sumber datanya didapat menggunakan data pustaka (Hadi, 2022). Metode ini menggunakan internet sebagai sumbernya (Dalimunthe dalam Frananda, dkk., 2023). Selain itu, pendapat Sari & Asmendri (2020). Penelitian ini merupakan studi kepustakaan dimana kami memiliki akses terhadap informasi dan kumpulan data dari makalah dan jurnal penelitian sebelumnya sebagai alat pemecahan masalah.

Data dari penelitian yang kami lakukan ini memakai data sekunder yakni data yang outputnya didapat dari pihak lain. Data penelitian sekunder ini berkaitan dengan topik pembahasan yakni, topik tentang pembuktian matematis dan topik tentang strategi pembelajaran. Data didapatkan sesuai judul yang telah ditentukan dari artikel jurnal nasional yang sudah dipublikasikan (Amandha, & Hasanudin, 2023).

Teknik pencarian, seleksi, dan sintesis literature yang digunakan sebagai teknik pengumpulan data. Teknik ini dilakukan dengan mencari, membaca secara simbolik bahan pustaka, dan literatur yang relevan terhadap masalah yang diteliti, setelah membaca peneliti menyeleksi beberapa bacaan sesuai topik penelitian, kemudian peneliti mencatat hasil seleksi menjadi satu kesatuan ide.

Dalam penggunaan teknik analisis data, kami sebagai peneliti menggunakan teknik analisis isi (content analysis). Content analysis itu berfokus pada fitur internal media serta konten aktual sebagai penelitian (Fraenkel & Wallen dalam Sari & Asmendri, 2020). Metode ini dengan langkah-langkah 1) peneliti mendefinisikan istilah-istilah yang penting, 2) peneliti menetapkan tujuan yang ingin dicapai, 3) menganalisis data yang relevan, 4) Menghubungkan sebuah data yang berkaitan dengan tujuan.

Teknik validasi data menggunakan triangulasi sumber. Peneliti menggunakan referensi dari majalah dan buku untuk mengkaji ide-ide yang dikembangkan. Metode yang kedua yaitu menggunakan metode kualitatif. Metode kualitatif diartikan sebagai metode yang dipergunakan untuk meneliti sebuah objek utama dengan tujuan mendapatkan suatu gambaran/deskripsi serta pemahaman yang terperinci dimana peneliti berperan sebagai instrument (Setiawan, Dkk, 2022).

Teknik menggunakan metode kualitatif ini biasanya dengan cara mencari sebuah makna dan deskripsi yang mendalam tentang sebuah objek tertentu yang akan diteliti. Metode ini sangat sering digunakan para peneliti untuk menghasilkan sebuah deskripsi objek yang mendalam dan akurat.

Menelaah, mengobservasi, merangkum, serta dokumentasi yang berupa memori dalam diri merupakan teknik dalam pengumpulan data yang kami lakukan dalam pembuatan artikel ini (Setiawan, Dkk, 2022).

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada kemampuan pembuktian matematis itu sangat dibutuhkan karena ketika kita dapat membuktikan maka keyakinan akan bertambah dan sikap berpikir kritis akan berkembang. Maka dari itu, kemampuan pembuktian matematis perlu ditingkatkan melalui penerapan tiga strategi yang diperoleh hasil kajian pada artikel sebagai sumber data sebagai berikut.

**Tabel 1.** Daftar Sumber Data dari artikel kemampuan pembuktian matematis

Sumber/Sitasi	Beberapa Strategi Untuk Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Matematis
(Rahman & Yunita, 2018)	Strategi dalam peningkatan kemampuan pembuktian matematis siswa kelas VII SMP Negeri 1 Kuala yaitu dengan menerapkan model pembelajaran PACE. Hasil penelitian membuktikan bahwa keahlian pembuktian matematis siswa semakin meningkat setelah diterapkannya penerapan strategi PACE. Hal ini terlihat dari soal pre-test dan post-test yang peneliti ajukan dengan memakai rata-rata kelas sebelum melakukan tindakan apapun dalam penggunaan model pembelajaran PACE yaitu 60,54. Setelah menggunakan model pembelajaran PACE mengalami peningkatan dan nilai rata-ratanya sebesar 80,208. Selisih 19.668. Hal ini didukung dengan hasil survei siswa mengenai pembelajaran PACE. Suatu pembelajaran dengan menerapkan model pembelajaran PACE Siswa tidak akan bosan menggunakan pembelajaran PACE. Hal ini dikarenakan model pembelajaran PACE jauh lebih menarik dibandingkan dengan model pembelajaran dengan metode ceramah.
(Apriani, 2017)	Penelitian ini menghasilkan sebuah referensi model pembelajaran problem based learning, yang diamana berpengaruh besar terhadap keahlian atau skill koneksi matematis para siswa. SMP Negeri 53 Palembang. Bentuk kompetensi yang ditekankan dalam penelitian ini adalah kemampuan membuktikan.
(Lestari,	Temuan penelitian ini adalah keterampilan pembuktian

---

2015) matematis siswa ditingkatkan dengan menggunakan pendekatan induktif dan deduktif untuk mendapatkan gambaran masalah yang dihadapi siswa dan untuk mengatasi tantangan yang dihadapi siswa saat tampil. Menunjukkan pertimbangan intervensi yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah tersebut. Berdasarkan dari analisis data yang didapat, output penelitian menunjukkan bahwa: 1) Keterampilan dalam pembuktian matematis mahasiswa dengan menggunakan pendekatan induktif-deduktif pada satu mata kuliah analisis dunia nyata memenuhi lebih dari 81% standar ideal pada tingkat kepercayaan 95%.; 2) Beberapa masalah yang biasa dihadapi siswa dalam melakukan sebuah pembuktian matematis antara lain adalah membaca dan memahami pembuktian matematis, membuktikan secara matematis bahwa pembuktian suatu pernyataan benar, dan menggunakan induksi matematis langsung dan tidak langsung atau induksi matematis, bukti atau argumen matematis untuk membuktikannya, menolak untuk berbicara, Dan 3) Dalam mengatasi permasalahan tersebut, Intervensi yang harus diberikan kepada peserta didik antara lain yaitu penguatan penguasaan konten prasyarat, pemberian pengondisian melalui instruksi latihan, latihan, latihan, dan scaffolding dalam penalaran deduktif, khususnya memberikan definisi dan teorema untuk implementasi bukti matematis.

---

Berdasarkan penerapan ketiga strategi pembelajaran di atas, maka strategi pertama yang perlu diterapkan dalam peningkatan keahlian pembuktian matematis yaitu dengan terlebih dahulu melakukan penerapan model pembelajaran PACE untuk merangsang semangat belajar siswa; yaitu mencegah terjadinya kebosanan. Yang kedua yaitu dengan melakukan penerapan model pembelajaran problem based learning (PBL) yang memiliki tujuan untuk meningkatkan keaktifan siswa dan memungkinkan mereka berpikir matematis, dan yang ketiga, menggunakan pendekatan induktif-deduktif untuk membantu siswa dalam pengembangan kemampuan konkrit dan meningkatkan suatu kemampuan matematika siswa dengan memberikan kesempatan berpikir abstrak.

Pertama, model pembelajaran PACE merupakan singkatan dari project, activation, Collaborative learning, dan practice. Dalam model PACE ini, siswa dilatih untuk menjadi pembelajar yang lebih aktif melalui diskusi dan kerja kelompok (Rahman & Yuunita, 2018). Artikel Rahman & Yuunita (2018) menguraikan survei siswa yang menerangkan bahwa model pembelajaran ini dapat mendorong siswa untuk belajar aktif, mengajak mereka berdiskusi, merangsang rasa ingin tahu, dan mencegah siswa mudah bosan. Kedua, model pembelajaran problem based learning (PBL) diartikan sebagai model pembelajaran yang berpusat pada siswa. Dalam model pembelajaran ini, siswa memperoleh keterampilan berpikir yang optimal melalui proses kerja kelompok dan kerja kelompok yang sistematis, sehingga memungkinkan siswa menguji, menyempurnakan, dan mengembangkan pola berpikirnya (Rusman dalam Apriani, 2017). Selain itu, model pembelajaran ini merupakan pendekatan alternatif bagi siswa untuk meningkatkan kemampuan matematikanya. Ketiga adalah pendekatan induktif yang memadukan pendekatan

induktif dan deduktif. Pendekatan ini menggunakan pola berpikir abstrak dan konkrit. Pendekatan ini melatih siswa untuk lebih aktif dalam memecahkan masalah secara mandiri, menjawab pertanyaan tentang bentuk umum masalah, dan mencari bentuk umum masalah. Pendekatan ini memiliki empat fase kegiatan: fase persiapan, fase eksplorasi, fase pembentukan konsep, dan fase penerapan konsep.

## SIMPULAN

Artikel ini menjelaskan tiga strategi yang dapat dipergunakan untuk meningkatkan keterampilan pembuktian matematis yakni 1) Dengan menerapkan model pembelajaran PACE yang merupakan singkatan dari Projects, Activity, Collaborative Learning, dan Practice, Anda dapat membuat aktivitas belajar siswa dan diskusi kelompok Anda menjadi lebih aktif dan memastikan siswa Anda tidak mudah bosan, 2) Dengan menerapkan model pembelajaran berbasis masalah (PBL), siswa bisa memperoleh keterampilan berpikir sistematis serta mengembangkan pola berpikirnya., 3) Berpikir konkrit dan abstrak melalui pendekatan induktif/deduktif yang memadukan penalaran induktif dan deduktif.

## REFERENSI

- Amandha, A., & Hasanudin, C. (2023, November). Manfaat Belajar Operasi Hitung Pada Bilangan Bulat Dalam Kehidupan Sehari-hari. *Seminar Nasional Daring Sinergi*, 1(1).  
<https://prosiding.ikipgribojonegoro.ac.id/index.php/SND/article/view/1756>
- Apriani, D. (2017). Pengaruh pembelajaran problem based learning terhadap kemampuan koneksi matematis siswa. *Nabla Dewantara*, 2(1), 15-24.
- Firmasari, S., & Sulaiman, H. (2019). Kemampuan pembuktian matematis mahasiswa menggunakan induksi matematika. *Journal of Medives: Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang*, 3(1), 1-9.
- Frananda, dkk., (2023). Kurikulum merdeka belajar kampus merdeka untuk memenuhi kebutuhan pembelajaran abad 21. *Jurnal Pendidikan Edutama*, 10(1).  
<http://dx.doi.org/10.30734/jpe.v10i1.2868>.
- Hadi, D. S. (2002). *Metodologi research*. Yogyakarta: Andi offset.
- Handayani, N. (2015). Penerapan strategi pembelajaran REACT dengan pendekatan RME untuk meningkatkan kemampuan koneksi matematis. *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY*, 233-240.
- Hernadi, J. (2008). Metoda pembuktian dalam matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 2(1), 1-14.
- Junarti, Noeruddin, A., Boedy Irhadtanto, & Sarmidi. (2023). Kata kunci: Kemampuan konsep limit fungsi, Prasyarat analisis riil. *Seminar Nasional FPMIPA IKIP PGRI Bojonegoro*, 1, 278-284.

<https://prosiding.ikipgribojonegoro.ac.id/index.php/FPMIPA/article/viewFile/2197/1378>

- Junarti, Sukestiyarno, Y. L., Mulyono, & Dwidayati, N. K. (2019). The profile of structure sense in abstract algebra instruction in an Indonesian mathematics education. *European Journal of Educational Research*, 8(4), 1081–1091. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.8.4.1081>
- Junarti, Sukestiyarno, Y. L., Mulyono, & Dwidayati, N. K. (2020). The process of structure sense of group prerequisite material: A case in Indonesian context. *European Journal of Educational Research*, 9(3), 1047–1061. <https://doi.org/10.12973/EU-JER.9.3.1047>
- Junarti, Sukestiyarno, Y., Waluya, S. B., & Kartono. (2019a). Peran Skema Penulisan Definisi, Teorema Dan Bukti Dalam Kemandirian Belajar Membuktikan Aljabar Abstrak Dengan Pendekatan Top-Down. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 2, 637–645.
- Junarti, Sukestiyarno, Y., Waluya, S. B., & Kartono. (2019b). Peran Skema Penulisan Definisi, Teorema Dan Bukti Dalam Kemandirian Belajar Membuktikan Aljabar Abstrak Dengan Pendekatan Top-Down. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 2, 637–645.
- Junarti, Zainudin, M., & Utami, A. D. (2022). The sequence of algebraic problem-solving paths: Evidence from structure sense of Indonesian student. *Journal on Mathematics Education*, 13(3), 437–464. <https://doi.org/10.22342/jme.v13i3.pp437-464>
- Lestari, K. E. (2015). Analisis kemampuan pembuktian matematis mahasiswa menggunakan pendekatan induktif-deduktif pada mata kuliah analisis real. *MENDIDIK: Jurnal kajian pendidikan dan pengajaran*, 1(2), 128-135.
- Nurrahmah, A., & Karim, A. (2018). Analisis kemampuan pembuktian matematis pada matakuliah teori bilangan. *JURNAL e-DuMath*, 4(2), 21-29.
- Sari, M., & Asmendri, A. (2020). Penelitian kepustakaan (library research) dalam penelitian pendidikan IPA. *Natural science: Jurnal penelitian bidang IPA dan pendidikan IPA*, 6(1). 41-53. <https://doi.org/10.15548/nsc.v6i1.1555>.
- Setiawan, T., Sumilat, J. M., Paruntu, N. M., & Monight, N. N. (2022). Analisis penerapan model pembelajaran project based learning dan problem based learning pada peserta didik sekolah dasar. *Jurnal Basicedu*, 6(6). 9736-9744. <https://jbasic.org/index.php/basicedu>
- Rahman, A. A., & Yunita, A. (2018). Penerapan model pembelajaran PACE untuk meningkatkan kemampuan pembuktian matematika siswa di kelas VII SMP materi geometri. *MAJU: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 5(1).

- Sugandi, A. I., & Akbar, P. (2019). Efektivitas penerapan strategi react terhadap kemampuan koneksi matematis dan *self-efficacy* siswa SMP. *Journal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(2), 423-430.
- Wardhani, I. S. (2015). Menumbuhkan tindak pikir kreatif melalui model pembelajaran pace. *JP2M (Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran Matematika)*, 1(2), 31-45.
- Yandhari, I. A. V., Alamsyah, T. P., & Halimatusadiah, D. (2019). Penerapan Strategi Pembelajaran Problem Based Learning Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Kelas IV. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 10(2), 146-152.