

# PROSES PENALARAN MATEMATIS SISWA DALAM MEMECAHKAN MASALAH MATEMATIKA PADA MATERI UKURAN PEMUSATAN DATA BERDASARKAN KEMAMPUAN SISWA

Afifah Nur Rahmah<sup>1\*</sup>, Betty Kusumaningrum<sup>2</sup>, Tri Astuti Arigiyati<sup>1</sup>, Istiqomah<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Pendidikan Matematika, Universitas Sarjanawiyata Tamansiswa, Kota Yogyakarta, D. I Yogyakarta

\*Korespondensi Penulis E-mail: [afifahnurrahmah673@gmail.com](mailto:afifahnurrahmah673@gmail.com) , Telp: +6283840677791

## Abstrak

Penalaran matematis merupakan proses berpikir yang sistematis berdasarkan logika matematis dalam memecahkan permasalahan yang mempengaruhi terciptanya keputusan logis berdasarkan pengetahuan yang telah dimiliki siswa. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis proses penalaran matematis siswa kelas X SMA dalam menyelesaikan masalah matematika pada materi ukuran pemusatan data, dengan mempertimbangkan perbedaan kemampuan matematika siswa. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dengan metode deskriptif. Subjek penelitian ini terdiri dari tiga siswa yang memiliki kemampuan matematika tinggi (S1), sedang (S2), dan rendah (S3) yang dipilih berdasarkan dari hasil ulangan harian. Data dikumpulkan melalui tes penalaran matematis dan wawancara berdasarkan lima indikator penalaran matematika, yaitu: mengajukan dugaan (P1), melakukan manipulasi matematika (P2), menyusun bukti (P3), menarik kesimpulan (P4), dan memeriksa kesahihan suatu argumen (P5). Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa dengan kemampuan matematika tinggi memenuhi semua indikator, siswa dengan kemampuan matematika sedang hanya memenuhi tiga indikator, dan siswa dengan kemampuan matematika rendah hanya memenuhi dua indikator. Penelitian ini menunjukkan bahwa semakin tinggi kemampuan matematika siswa, maka semakin baik proses penalaran matematisnya.

Kata kunci: penalaran matematis, ukuran pemusatan data, kemampuan matematika

## Abstract

*Mathematical reasoning is a systematic thinking process based on mathematical logic in solving problems that influence the creation of logical decisions based on the knowledge that students already have. This study aims to analyze the mathematical reasoning process of grade X high school students in solving mathematical problems on the material of data centralization measures, by considering differences in students' mathematical abilities. This study uses a qualitative approach with a descriptive method. The subjects of this study consisted of three students who had high (S1), medium (S2), and low (S3) mathematical abilities selected based on the results of daily tests. Data were collected through mathematical reasoning tests and interviews based on five indicators of mathematical reasoning, namely: submitting conjectures (P1), carrying out mathematical manipulations (P2), compiling evidence (P3), drawing conclusions (P4), and checking the validity of an argument (P5). The results showed that students with high mathematical abilities met all indicators, students with medium mathematical abilities only met three indicators, and students with low mathematical abilities only met two indicators. This study shows that the higher the student's mathematical ability, the better the mathematical reasoning process.*

*Keywords: mathematical reasoning, data central tendency measure, mathematical ability*

## PENDAHULUAN

Matematika merupakan disiplin ilmu yang tidak hanya berfokus pada pemahaman konsep dan prosedur, tetapi juga pada pengembangan keterampilan berpikir logis dan sistematis (Wahyuddin, 2020). Matematika memiliki dampak yang signifikan terhadap banyak aspek kehidupan, terutama dalam kehidupan sehari-hari dan tidak dapat dipisahkan darinya. *National Council of Teachers of Mathematics* merumuskan tujuan pembelajaran matematika yaitu: (1) pemecahan masalah (*problem solving*); (2) penalaran dan bukti (*reasoning and proof*); (3) komunikasi (*communication*); (4) koneksi (*connection*); (5) representasi (*representation*) (Kotto et al., 2022). Salah satu tujuan yang perlu dicapai siswa dalam pembelajaran matematika adalah penalaran matematika. Penalaran memiliki peran penting dalam matematika karena dijadikan sebagai pondasi bagi standar proses lainnya. Kemampuan penalaran matematika adalah

---

kemampuan yang dibutuhkan siswa untuk menganalisis situasi baru, membuat asumsi yang logis, menjelaskan ide dan membuat kesimpulan. Selain itu, penalaran dan matematika tidak dapat dipisahkan satu sama lain karena dalam menyelesaikan permasalahan matematika memerlukan penalaran sedangkan kemampuan penalaran dapat dilihat dengan belajar matematika (Kusumawardani et al., 2018).

Kemampuan penalaran matematis tidak hanya membantu siswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika, tetapi juga dalam mengembangkan keterampilan berpikir kritis yang dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari (Saraswati et al., 2023). Namun, kemampuan penalaran ini dapat bervariasi antar siswa, tergantung pada tingkat pemahaman konsep, latar belakang belajar, gaya belajar dan kemampuan matematika mereka (Salam et al., 2023). Siswa dengan kemampuan matematika yang lebih tinggi cenderung memiliki proses penalaran yang lebih baik dalam menyelesaikan masalah matematika (Elok Siswanti, 2016). Namun, dalam kenyataannya masih banyak siswa di jenjang Sekolah Menengah Atas (SMA) yang masih mengalami kesulitan dalam menalar dan menyelesaikan soal-soal matematika secara logis dan sistematis, khususnya pada materi statistika seperti ukuran pemusatan data. Berdasarkan hasil observasi, dilihat bahwa siswa mengalami kesulitan dalam memahami konsep, sehingga saat menghadapi soal dalam bentuk masalah kontekstual, mereka mengalami kebingungan dalam menginterpretasikan data dan memilih strategi penyelesaian yang tepat.

Materi ukuran pemusatan data merupakan bagian dari statistika yang sering diajarkan di kelas X SMA. Materi ini tidak hanya memerlukan pemahaman konsep, tetapi juga kemampuan untuk menerapkan konsep tersebut dalam konteks yang berbeda (Chasanah et al., 2019). Kemampuan siswa untuk memahami dan menggunakan ukuran pemusatan data menjadi indikator penting dalam mengukur tingkat penalaran dan kemampuan memecahkan masalah (Alfi Khairuni Sirai, 2018). Oleh karena itu, penting untuk memahami bagaimana proses penalaran matematis siswa dalam menyelesaikan masalah pada materi ukuran pemusatan data ini, terutama ketika ditinjau dari perbedaan kemampuan matematika siswa (Diana et al., 2023).

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan proses penalaran matematis siswa kelas X SMA dalam memecahkan masalah pada materi ukuran pemusatan data, dengan mempertimbangkan perbedaan kemampuan matematika siswa. Dengan adanya penelitian ini, diharapkan dapat memberikan kontribusi dalam pengembangan strategi pembelajaran yang lebih efektif untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematis siswa.

## **METODE**

Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan kualitatif yaitu penelitian yang menggunakan data kualitatif kemudian mendeskripsikan data tersebut untuk menghasilkan gambaran yang jelas dan terperinci tentang proses penalaran matematika siswa dalam memecahkan masalah matematika (Waruwu, 2024). Sedangkan metode penelitiannya adalah deskriptif kualitatif. Penelitian deskriptif kualitatif adalah suatu pendekatan penelitian yang bertujuan untuk menggambarkan atau mendeskripsikan fenomena sosial secara mendalam melalui pengumpulan data non-numerik, seperti wawancara, observasi, dan dokumentasi (Muhajirin et al., 2024).

Penelitian ini dilaksanakan di salah satu SMA yang berada di Kabupaten Bantul pada semester genap tahun ajaran 2024/2025 dengan subjek dalam penelitian ini adalah 3 orang siswa dari kelas X SMA yang dipilih berdasarkan tingkat kemampuan matematika yaitu kemampuan matematika rendah, sedang, dan tinggi. Pengambilan subjek penelitian dengan melihat hasil ulangan harian matematika. Subjek diberikan tes kemampuan matematika, kemudian berdasarkan hasil tes tersebut dipilih tingkat kemampuan siswa yaitu, subjek dengan kemampuan matematika rendah (S3), subjek dengan kemampuan matematika sedang (S2), dan subjek dengan kemampuan matematika tinggi (S1).

Dalam penelitian ini, instrumen yang digunakan adalah peneliti yang bertindak untuk mengamati, mengajukan pertanyaan dan mengumpulkan data. Alat ukur yang digunakan dalam

penelitian ini adalah dokumen soal dan pedoman wawancara. Soal tes berguna untuk mengukur kemampuan penalaran matematis dan tujuannya untuk memahami apakah siswa telah mencapai tingkat penalaran matematis yang ditentukan. Tes kemampuan penalaran matematis siswa pada materi Ukuran Pemusatan Data merupakan instrumen bantu. Instrumen yang digunakan adalah sebuah soal yang telah divalidasi. Sedangkan pedoman wawancara berguna untuk mengonfirmasi jawaban siswa. Siswa diberikan pertanyaan terbuka untuk meningkatkan keterampilan matematis mereka.

Indikator penalaran matematika yang diamati terdiri dari: (1) Mengajukan dugaan, pada tahap ini, proses penalaran matematis dimulai dengan kemampuan siswa untuk memahami masalah. Hal ini dapat diamati dari kemampuan mereka menulis apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal. Siswa kemudian mengembangkan dugaan atau perencanaan awal terhadap kemungkinan strategi penyelesaian. Aktivitas ini mencerminkan upaya siswa dalam membentuk hipotesis awal berdasarkan informasi yang tersedia dan menunjukkan pemikiran proaktif dalam menjajaki berbagai alternatif solusi (P1); (2) Melakukan manipulasi matematika, setelah membuat dugaan, siswa melanjutkan ke tahap memanipulasi matematika yaitu mengolah informasi atau bentuk matematika dari soal menggunakan konsep, aturan atau prosedur matematika yang relevan. Hal ini bisa berupa kegiatan seperti melakukan pemisalan, menyusun persamaan, atau mengubah soal cerita menjadi model matematika. Kemampuan ini menunjukkan sejauh mana siswa dapat menginternalisasikan konsep matematika dan mengaplikasikannya untuk memecahkan masalah (P2); (3) Menyusun bukti, tahap ini mencerminkan kemampuan siswa dalam memberikan alasan logis atau bukti matematis untuk setiap langkah penyelesaian yang diambil (P3); (4) Menarik kesimpulan dari pernyataan, setelah melakukan penyelesaian, siswa harus mampu menarik kesimpulan yang tepat berdasarkan hasil yang diperoleh. Hal ini dapat diamati dari kemampuannya dalam menyusun jawaban akhir yang logis dan relevan sesuai dengan pertanyaan dalam soal. Kesimpulan yang baik adalah kesimpulan yang menunjukkan bahwa siswa mampu memahami hasil kerja mereka sendiri dan mengaitkannya kembali dengan konteks masalah yang diberikan (P4); (5) Memeriksa kesahihan suatu argumen, yang dapat dilihat dari kemampuan siswa memeriksa kembali jawaban yang telah di tulis (P5) (Raharjo et al., 2020).

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Yang Memiliki Kemampuan Tinggi (S1)

Setelah diberikan soal penalaran matematis kepada S1 pada lembar jawaban yang telah disediakan kemudian dianalisis berdasarkan indikator penalaran matematika dari P1 sampai dengan P5. Hasil analisis jawaban siswa S1 kemudian dibandingkan dengan hasil wawancara. Hasil analisis jawaban siswa S1 dapat dilihat pada Gambar 1.

The image shows a handwritten mathematical solution on lined paper, annotated with five blue circles labeled P1 through P5. The solution is as follows:

**Diketahui:** rata-rata ( $\bar{x}$ ) : 6,9  
 Nilai siswa baru : 4 dan 6  
 nilai rata-rata menjadi : 6,8  
**Ditanya:** Berapa jumlah siswa semula?

**Jawab:**  
 Misal :  $x \rightarrow$  jumlah siswa semula  
 maka jumlah total nilai siswa semula :  $6,9x$   
 • Setelah 2 siswa bergabung, jumlah total siswa :  $x + 2$   
 • Jumlah nilai total :  
 $6,9x + 4 + 6 = 6,9x + 10$   
 rata-rata baru : 6,8  
 $6,9x + 10 = 6,8(x + 2)$   
 $6,9x + 10 = 6,8x + 13,6$   
 $6,9x - 6,8x = 13,6 - 10$   
 $0,1x = 3,6$   
 $x = 3,6 / 0,1$   
 $x = 36$

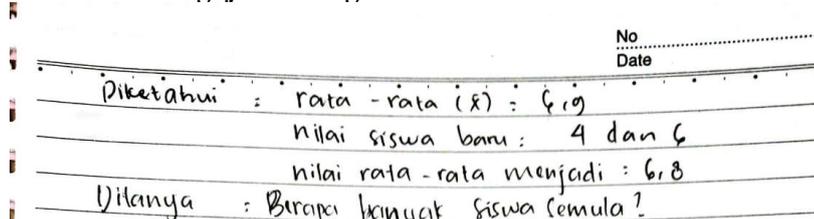
Jadi banyak siswa semula adalah 36 siswa.  
 Dapat dibuktikan dengan memasukkan nilai  $x=36$  ke dalam persamaan:  
 $6,9x + 10 = 6,8(x + 2)$       $6,9(36) + 10 = 6,8(38)$   
 $260 + 10 = 260$       $260 = 260$  (terbukti)

The annotations are: P1 (around the 'Diketahui' section), P2 (around the 'Jawab' section), P3 (around the algebraic steps), P4, P5 (around the final verification step).

Gambar 1. Hasil Analisis Jawaban S1

Berdasarkan lembar jawaban S1 pada gambar 1 dan hasil wawancara dapat dijelaskan bahwa, S1 telah menyelesaikan penalaran matematis pada materi Ukuran Pemusatan Data.

1) Indikator Mengajukan Dugaan



Berikut ini disajikan petikan wawancara untuk memverifikasi hasil kerja S1 pada indikator P1:

P-01 Dapatkah kamu menuliskan informasi dari soal yang disajikan?

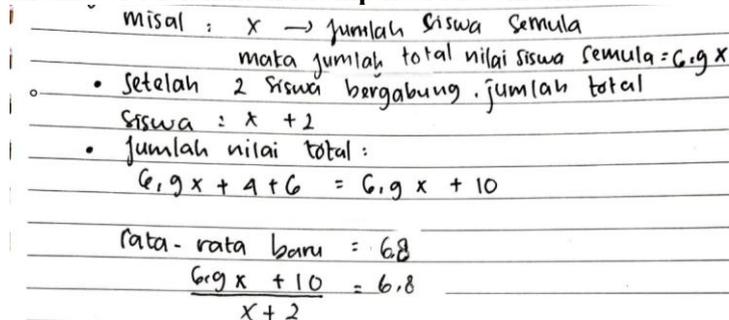
S1-01 Bisa kak, karena dilihat dari soalnya sudah terlihat jelas apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan.

P-02 Menurut kamu informasi apa yang paling penting untuk proses penyelesaian dari soal tersebut?

S1-02 Karena informasi dalam soal saling berkaitan satu dengan yang lain, jadi menurut ku semua informasi penting kak untuk menyelesaikan soal tersebut.

Berdasarkan jawaban petikan wawancara di atas, S1 memiliki kemampuan yang baik dalam menerima informasi dan memproses informasi tersebut. Hal ini ditunjukkan saat S1 menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal, yaitu mulai dari menuliskan rata-rata nilai semula adalah 6,9; nilai dua siswa baru yaitu 4 dan 6; serta nilai rata-rata setelah dua siswa bergabung adalah 6,8. S1 juga menuliskan yang ditanyakan dari soal tersebut yaitu banyak siswa semula. Kemudian S1 mampu menjelaskan proses penyelesaian dari soal tersebut dengan tepat. Sehingga S1 memenuhi indikator P1.

2) Indikator Melakukan Manipulasi Matematika



Berikut ini disajikan petikan wawancara untuk memverifikasi hasil kerja S1 pada indikator P2:

P-01 Dapatkah kamu mengubah soal cerita tersebut ke dalam model matematika?

S1-01 Iya kak, saya bisa merubah atau memanipulasi soal tersebut ke dalam bentuk model matematika dengan memisalkan  $x$  sebagai jumlah siswa semula.

P-02 Apa yang kamu dapatkan setelah membuat model matematika dari soal tersebut?

S2-02 Yang saya dapatkan kak, suatu persamaan dari soal tersebut.

Berdasarkan petikan wawancara di atas, S1 mampu mengubah soal cerita ke dalam model matematika atau memanipulasi menggunakan konsep matematika yang relevan. Setelah memanipulasi soal, S1 mendapatkan sebuah persamaan dari soal yaitu  $\frac{6,9x+10}{x+2} = 6,8$ . S1 dapat memodelkan atau memanipulasi soal cerita ke dalam model matematika dengan tepat, sehingga S1 memenuhi indikator P2.

**3) Indikator Menyusun Bukti**

$$\begin{aligned} \frac{6,9x+10}{x+2} &= 6,8 \\ 6,9x+10 &= 6,8(x+2) \\ 6,9x+10 &= 6,8x+13,6 \\ 6,9x-6,8x &= 13,6-10 \\ 0,1x &= 3,6 \\ x &= \frac{3,6}{0,1} \\ x &= 36 \end{aligned}$$

Berikut ini disajikan petikan wawancara untuk memverifikasi hasil kerja S1 pada indikator P3:

P-01            Apakah persamaan yang kamu temukan sudah benar?

S1-01           Sudah kak

P-02            Lalu bagaimana cara kamu membuktikan atau memberikan alasan bahwa x memiliki sebuah nilai?

S1-02           Saya membuktikannya dengan cara: dari persamaan yang sudah saya dapatkan kemudian bagian ruas kanan (6,8) saya kalikan dengan (x+2) sehingga menjadi 6,8x +13,6. Setelah itu angka yang memiliki variabel x saya jadikan satu menjadi 6,9x - 6,8x=13,6-10, sehingga menjadi 0,1x=3,6. Maka di dapatkan nilai x = 36.

Berdasarkan petikan wawancara di atas, terlihat bahwa S1 dapat memberikan bukti atau alasan terhadap solusi yang diberikan. Hal ini ditunjukkan saat S1 menuliskan langkah-langkah penyelesaian dari persamaan yang di dapatkan sebelumnya. Selain itu, S1 juga menunjukkan alasan yang logis terhadap penyelesaian pada soal. Sehingga S1 memenuhi indikator P3.

**4) Indikator Menarik Kesimpulan dari Pernyataan**

Jadi banyak siswa semula adalah 36 siswa.

Pada indikator menarik kesimpulan, S1 dapat menyimpulkan jawaban akhir sesuai dengan pertanyaan pada soal. Hal ini dapat dilihat dari S1 menuliskan “jadi banyak siswa semula adalah 36 siswa”. Kesimpulan tersebut ditulis secara eksplisit dan relevan dengan pertanyaan yang diajukan. Sehingga S1 memenuhi indikator P4.

**5) Indikator Memeriksa Kesahihan Suatu Argumen**

Dapat dibuktikan dengan memasukkan nilai x=36 ke dalam persamaan:

$$\begin{aligned} \frac{6,9x+10}{x+2} &= 6,8 & \left( \frac{248,4+10}{38} = 6,8 \right. \\ 6,9(36)+10 &= 6,8 & \left. \frac{6,8}{6,8} = 6,8 \right. \\ 36+2 & & \left. \text{(terbukti)} \right) \end{aligned}$$

Pada indikator memeriksa kesahihan atau memeriksa kembali suatu jawaban, S1 dapat memeriksa kembali jawaban yang diperoleh. Hal ini dapat dilihat dari lembar jawaban S1 yang menunjukkan bahwa ia memeriksa ulang dengan cara mensubstitusikan

nilai  $x$  yang didapat ke dalam model matematika awal untuk memastikan hasil yang didapatkan benar. Penghitungan ulang yang dilakukan menghasilkan 6,8 memperkuat bahwa jawaban yang didapatkan itu benar. Tindakan yang dilakukan S1 untuk memeriksa ulang hasil akhir melalui substitusi merupakan bentuk memeriksa kesahihan suatu argumen. Sehingga S1 memenuhi indikator (P5).

Berdasarkan hasil analisis lembar jawaban dan wawancara pada S1 didapatkan bahwa S1 mempunyai kemampuan penalaran matematis yang baik karena telah menyelesaikan dengan tepat mengenai masalah penalaran matematis yang berkaitan dengan Ukuran Pemusatan Data. Dalam menyelesaikan masalah ini, S1: (1) mengajukan dugaan, yang dapat dipahami melalui kemampuan siswa dalam menjelaskan dan menyajikan apa yang dipahami secara jelas dan benar, serta mampu menjelaskan apa yang ditanyakan dalam soal yang diberikan serta mampu merencanakan berbagai kemungkinan dalam memecahkan masalah (P1); (2) melakukan manipulasi matematika, dapat dilihat dari kemampuan siswa dalam membuat model matematika dari masalah yang diberikan dengan menerapkan konsep-konsep yang berkaitan atau relevan untuk mendukung jawaban yang dikehendaki atau dapat melakukan pemisalan dari soal cerita ke dalam bentuk matematika (P2); (3) menyusun bukti, siswa memberikan alasan atau bukti terhadap setiap langkah penyelesaian yang diberikan (P3); (4) membuat kesimpulan sesuai dengan jawaban yang di tulis (P4); (5) memeriksa kesahihan suatu argumen, yang dapat dilihat dari kemampuan siswa memeriksa kembali jawaban yang telah di tulis (P5). Hal ini menunjukkan bahwa siswa mempunyai kemampuan matematika yang tinggi dan penalaran matematis yang dimiliki juga tinggi. Siswa dengan kemampuan dasar matematika yang kuat memiliki pengetahuan dan kecenderungan untuk berpikir dan bertindak secara sistematis dan efisien saat menerapkan prinsip-prinsip matematika tertentu pada berbagai konteks dan masalah sehari-hari (Asmana et al., 2018).

### Kemampuan Penalaran Matematis Siswa yang Memiliki Kemampuan Sedang (S2)

Hasil jawaban S2 dalam menjawab soal kemampuan penalaran dianalisis berdasarkan indikator P1 sampai dengan P5. Temuan hasil analisis S2 diilustrasikan pada Gambar 2. Setelah lembar jawaban dianalisis, wawancara dilakukan untuk memperoleh informasi lebih mendalam mengenai jawaban yang terekam pada lembar jawaban S2.

1. Diket.  $\bar{x} = 6,9$   
 nilai 2 siswa = 4 & 6  
 $\bar{x}$  menjadi = 6,8  
 Dit = banyak siswa semula ?

Jawab =  $x \rightarrow$  jmlh siswa semula, maka  $6,9x$   
 + setelah 2 siswa bergabung  
 $6,9x + 4 + 6 = 6,9x + 10$   
 + jmlh siswa sekarang  $\rightarrow x + 2$   
 Sehingga total nilai  $\rightarrow 6,8(x + 2)$   
 pers  
 $6,9x + 10 = 6,8(x + 2)$

$6,9x + 10 = 6,8x + 13,6$   
 $0,1x = 3,6$   
 $x = 36$

Gambar 2. Hasil Analisis Jawaban S2

Berdasarkan lembar jawaban S2 pada gambar 2 dan hasil wawancara dapat dijelaskan bahwa, S2 telah menyelesaikan penalaran matematis pada materi Ukuran Pemusatan Data.

#### 1) Indikator Mengajukan Dugaan (P1)

$$1. \text{ Diket. } \bar{x} = 6,9$$

$$\text{nilai 2 siswa} = 4 \text{ \& } 6$$

$$\bar{x} \text{ menjadi} = 6,8$$

$$\text{Dit} = \text{banyak siswa semula?}$$

Berikut ini disajikan petikan wawancara untuk memverifikasi hasil kerja S2 pada indikator P1:

- P-01            *Dapatkah kamu menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal?*
- S2-01           *Yang diketahui dari soal itu ada rata-rata=6,9, nilai dua siswa = 4 dan 6 kemudian rata-rata baru = 6,8. Sedangkan untuk yang ditanyakan yaitu banyak siswa semula.*
- P-02            *Menurut kamu informasi apa yang paling penting untuk proses penyelesaian dari soal tersebut?*
- S2-02           *Nilai rata-rata dan juga nilai dua siswa baru kak.*

Berdasarkan hasil jawaban petikan wawancara di atas, S2 memiliki kemampuan yang baik dalam menerima informasi dan memproses informasi. Hal ini ditunjukkan saat S2 menuliskan apa yang diketahui dan yang ditanyakan dalam soal, yaitu nilai rata-rata awal = 6,9, nilai dua siswa baru yaitu 4 dan 6, nilai rata-rata menjadi 6,8. Pada indikator ini, S2 dapat menunjukkan pemahaman terhadap apa yang diketahui dan yang ditanya pada soal yang diberikan, sehingga S2 memenuhi indikator P1.

**2) Indikator Melakukan Manipulasi Matematika (P2)**

$$\text{Jawab - } x \rightarrow \text{jumlah siswa semula, maka } 6,9x$$

$$+ \text{selelah 2 siswa bergabung}$$

$$6,9x + 4 + 6 = 6,9x + 10.$$

$$f \text{ jumlah siswa sekarang} \rightarrow x + 2$$

$$\text{Sehingga total nilai} \rightarrow 6,8(x+2)$$

Pers

$$6,9x + 10 = 6,8(x+2)$$

Berikut ini disajikan petikan wawancara untuk memverifikasi hasil kerja S2 pada indikator P2:

- P-01            *Dapatkah kamu mengubah atau memanipulasi soal cerita ke dalam model matematika?*
- S2-01           *Iya kak, saya misalkan x sebagai jumlah siswa semula*
- P-02            *Apa yang kamu dapatkan setelah membuat model matematika dari soal tersebut?*
- S2-02           *Saya mendapatkan sebuah persamaan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut.*

Berdasarkan hasil dari jawaban wawancara di atas, terlihat bahwasanya S2 mampu melakukan manipulasi atau merubah soal cerita ke dalam bentuk matematika dengan menggunakan konsep atau strategi matematika yang relevan. Pada indikator ini S2 mampu melakukan manipulasi matematika, sehingga S2 memenuhi indikator P2.

### 3) Indikator Menyusun Bukti (P3)

$$\begin{array}{l} \text{Pers} \\ 6,9x + 10 = 6,8(x+2) \\ 6,9x + 10 = 6,8x + 13,6 \\ 0,1x = 3,6 \\ x = 36 // \end{array}$$

Berikut ini disajikan petikan wawancara untuk memverifikasi hasil kerja S2 pada indikator P3:

P-01 *Apakah persamaan yang kamu temukan sudah benar?*

S2-01 *Sudah kak*

P-02 *Lalu bagaimana cara kamu membuktikan atau memberikan alasan bahwa x memiliki sebuah nilai?*

S2-02 *Dengan cara mengalikan bagian ruas kanan terlebih dahulu, kemudian menjadikan satu ruas angka yang memiliki variabel x setelah itu saya cari nilai x-nya dengan membagi  $0,1x=3,6$  maka x bernilai 36.*

Berdasarkan hasil wawancara di atas, terlihat bahwasanya S2 mampu memberikan bukti atau dapat menyelesaikan masalah sesuai dengan langkah-langkah yang diambil. Hal ini ditunjukkan saat S2 menjabarkan langkah-langkah penyelesaian secara sistematis di lembar jawaban yang telah disediakan. Pada indikator ini, S2 mampu menunjukkan alur penyelesaian yang runtut dan benar secara matematis, sehingga S2 memenuhi indikator P3.

### 4) Indikator Menarik Kesimpulan dari Pernyataan (P4)

Berdasarkan hasil analisis lembar jawaban S2, terlihat bahwa S2 tidak menunjukkan adanya menarik sebuah kesimpulan dari pernyataan. S2 hanya menyebutkan hasil perhitungan tanpa menyimpulkan arti dari hasil yang didapatkannya. Sehingga S2 tidak memenuhi indikator pada P4.

### 5) Indikator Memeriksa Kesahihan Suatu Argumen (P5)

Berdasarkan hasil analisis lembar jawaban S2, terlihat bahwa S2 tidak menunjukkan bahwa ia memeriksa ulang sebuah jawaban. S2 hanya menuliskan jawaban dan langsung menganggapnya benar, tanpa memeriksa kesahihan, apakah langkah-langkah dan hasilnya sudah benar. Karena S2 tidak memeriksa kesahihan suatu argumen, maka S2 tidak memenuhi indikator pada P5.

Berdasarkan hasil analisis lembar jawaban dan wawancara pada S2, didapatkan bahwa S2 belum sepenuhnya mampu menyelesaikan masalah penalaran matematis, karena terdapat beberapa indikator yang belum dapat diimplementasikan. Indikator yang sudah dilakukan oleh S2, yaitu: (1) mengajukan dugaan, yang dapat diamati melalui kemampuan siswa dalam menuliskan apa yang diketahui dengan tepat dan jelas serta mengungkapkan pertanyaan yang diajukan dalam permasalahan yang diberikan. S2 pada level ini mampu mengajukan hipotesis atau merencanakan berbagai kemungkinan pemecahan masalah (P1), (2) melakukan manipulasi matematika, yang dapat dilihat dari kemampuan siswa dalam membuat model matematika untuk mengatasi permasalahan yang disajikan dengan menerapkan langkah-langkah yang tepat untuk mencapai jawaban yang diinginkan dan merubah soal cerita ke dalam bentuk matematika (P2), (3) menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti untuk beberapa solusi, yang dapat diamati dari kemampuan siswa dalam memberikan penalaran atau bukti untuk setiap langkah yang diambil dalam proses pemecahan masalah. Sedangkan indikator (P4) dan (P5), S2 tidak melakukannya. Hal ini berarti,

siswa yang memiliki kemampuan awal matematika yang sedang umumnya berhubungan dengan kemampuan penalaran matematis yang juga sedang, karena penalaran membutuhkan fondasi pemahaman konsep matematika (Faisal et al., 2023).

### Kemampuan Penalaran Matematis Siswa yang Memiliki Kemampuan Rendah (S3)

Hasil jawaban S3 dalam menjawab soal kemampuan penalaran dianalisis berdasarkan indikator P1 sampai dengan P5. Temuan hasil analisis S3 diilustrasikan pada Gambar 3. Setelah lembar jawaban dianalisis, wawancara dilakukan untuk memperoleh informasi lebih mendalam mengenai jawaban yang terekam pada lembar jawaban S3.

Handwritten solution for finding the number of students:

**P1**  
 1. Diket : rata-rata awal ( $\bar{x}$ ) = 6,9  
 Nilai 2 siswa baru = 4 dan 6  
 rata-rata baru ( $\bar{x}$ ) = 6,8  
 Ditanya = Berapa banyak siswa semula?  
 Jawab :

**P2**  
 Misal  $x$  = jumlah siswa  

$$\frac{6,9x + 4 + 6}{x + 2} = 6,8x$$

**P3**  

$$6,9x + 10 = 6,8x(x + 2)$$

$$6,9x + 10 = 6,8x^2 + 13,6$$

$$6,9x - 6,8x^2 = 13,6 - 10$$

$$(6,9x - (6,8x^2))x = 3,6$$

$$0,1x^2 = 3,6$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \sqrt{36}$$

$$x = 6$$

$$x + 2 = 6 + 2 = 8$$

Gambar 3. Hasil Analisis Jawaban S3

Berdasarkan lembar jawaban S3 pada gambar 3 dan hasil wawancara dapat dijelaskan bahwa, S3 telah menyelesaikan penalaran matematis pada materi Ukuran Pemusatan Data.

#### 1) Indikator Mengjukan Dugaan (P1)

Handwritten text for indicator P1:

1. Diket : rata-rata awal ( $\bar{x}$ ) = 6,9  
 Nilai 2 siswa baru = 4 dan 6  
 rata-rata baru ( $\bar{x}$ ) = 6,8

Berikut ini disajikan petikan wawancara untuk memverifikasi hasil kerja S3 pada indikator P1:

P-01      *Dapatkah kamu menuliskan informasi dari soal yang disajikan?*

S3-01      *Bisa kak, namun tidak tahu apakah yang saya tuliskan sudah benar atau belum*

P-02      *Menurut kamu informasi apa yang paling penting untuk proses penyelesaian dari soal tersebut?*

S3-02      *Seperti yang saya tuliskan di lembar jawab kak, seperti rata-rata awal, rata-rata baru dan nilai 2 siswa baru.*

Berdasarkan hasil jawaban petikan wawancara di atas, S3 memiliki kemampuan yang baik dalam menerima informasi dan memproses informasi. Hal ini ditunjukkan saat S2 menuliskan apa yang diketahui dan yang ditanyakan dalam soal, walaupun S3 pada saat di wawancarai seperti ragu-ragu dalam menjawab, namun S3 dapat menunjukkan pemahaman terhadap apa yang diketahui dan yang ditanya pada soal yang diberikan, sehingga S3 memenuhi indikator P1.

## 2) Indikator Melakukan Manipulasi Matematika

$$\begin{array}{l} \text{Jawab} = \\ \hline \text{Misal } x = \text{Jumlah Siswa} \\ \hline \frac{6,9x + 9 + 6}{x + 2} = 6,8x \\ \hline \end{array}$$

Berikut ini disajikan petikan wawancara untuk memverifikasi hasil kerja S3 pada indikator P2:

- P-01        *Dapatkah kamu mengubah soal cerita tersebut ke dalam model matematika?*
- S3-01       *Iya kak, saya bisa merubah atau memanipulasi soal tersebut ke dalam bentuk model matematika dengan memisalkan  $x$  sebagai jumlah siswa semula.*
- P-02        *Apa yang kamu dapatkan setelah membuat model matematika dari soal tersebut?*
- S3-02       *Saya mendapatkan suatu persamaan dari soal tersebut.*

Berdasarkan hasil dari jawaban wawancara di atas, terlihat bahwasanya S3 mampu melakukan manipulasi atau merubah soal cerita ke dalam bentuk matematika dengan menggunakan konsep atau strategi matematika yang relevan. Pada indikator ini S3 mampu melakukan manipulasi matematika, sehingga S3 memenuhi indikator P2.

## 3) Indikator Menyusun Bukti

$$\begin{array}{l} \frac{6,9x + 9 + 6}{x + 2} = 6,8x \\ \hline 6,9x + 10 = 6,8x(x + 2) \\ 6,9x + 10 = 6,8x^2 + 13,6 \\ 6,9x - 6,8x^2 = 13,6 - 10 \\ (6,9x - (6,8x^2))x = 3,6 \\ 0,1x^2 = 3,6 \\ x^2 = 36 \\ x = \sqrt{36} \\ x = 6 \\ \hline x + 2 = 6 + 2 = 8 \end{array}$$

Berikut ini disajikan petikan wawancara untuk memverifikasi hasil kerja S3 pada indikator P3:

- P-01        *Apakah persamaan yang kamu temukan sudah benar?*
- S3-01       *Kurang tau kak, sebenarnya saya juga masih kurang paham dengan persamaan yang saya dapatkan.*
- P-02        *Lalu bagaimana cara kamu membuktikan atau memberikan alasan bahwa  $x$  memiliki sebuah nilai?*
- S3-02       *Cara yang saya lakukan yaitu mengerjakan persamaan yang sudah saya dapatkan sesuai dengan kemampuan saya kak.*

Berdasarkan hasil dari jawaban wawancara di atas, terlihat bahwa S3 masih salah dalam menentukan persamaan sehingga hasil yang didapatkan juga salah. Selain itu pada saat proses penyelesaian masalah, S3 masih nampak kebingungan dan kurang paham dalam menyelesaikannya. Karena S3 melakukan kesalahan saat menyusun bukti, maka S3 tidak memenuhi indikator pada P3.

## 4) Indikator Menarik Kesimpulan

---

Berdasarkan hasil analisis lembar jawaban S3, terlihat bahwa S3 tidak menunjukkan adanya menarik sebuah kesimpulan dari pernyataan. S3 hanya menyebutkan hasil perhitungan tanpa menyimpulkan arti dari hasil yang didapatkannya. Sehingga S3 tidak memenuhi indikator pada P4.

#### 5) Indikator Memeriksa Kesahihan Suatu Argumen

Berdasarkan analisis lembar jawaban S3, terlihat jelas bahwa S3 tidak memeriksa kembali jawabannya. S3 hanya menuliskan penyelesaian dan menganggap jawabannya sudah benar tanpa memeriksa ulang kebenarannya atau memastikan validasi terhadap argumennya, sehingga S3 tidak memenuhi kriteria indikator pada P5.

Berdasarkan hasil analisis lembar jawaban dan wawancara pada S3, didapatkan bahwa S3 belum sepenuhnya mampu menyelesaikan masalah penalaran matematika, karena terdapat beberapa indikator yang belum dapat diimplementasikan. Indikator yang sudah dilakukan oleh S3, yaitu: (1) mengajukan dugaan, yang dapat diamati melalui kemampuan siswa dalam menuliskan apa yang diketahui dengan tepat dan jelas serta mengungkapkan pertanyaan yang diajukan dalam permasalahan yang diberikan. S3 pada level ini mampu mengajukan hipotesis atau merencanakan berbagai kemungkinan pemecahan masalah (P1); (2) melakukan manipulasi matematika, yang dapat dilihat dari kemampuan siswa dalam membuat model matematika untuk mengatasi permasalahan yang disajikan dengan menerapkan langkah-langkah yang tepat untuk mencapai jawaban yang diinginkan dan merubah soal cerita ke dalam bentuk matematika (P2); (3) menyusun bukti, pada indikator ini S3 berusaha menyusun bukti, tetapi dalam penyelesaian langkah-langkah menyusun bukti S3 melakukan beberapa kesalahan yang menyebabkan jawaban menjadi salah, sehingga S3 tidak memenuhi indikator ini (P3). Sedangkan indikator (P4) dan (P5) tidak dilakukan. Siswa dengan kemampuan penalaran rendah, dalam mengerjakan soal belum sesuai dengan indikator kemampuan penalaran matematika. Hal ini berarti, siswa yang memiliki kemampuan awal matematis rendah memiliki kemampuan penalaran matematis yang rendah (Sukmawati et al., 2023).

### KESIMPULAN

Kesimpulan yang diperoleh dari penelitian ini adalah: (1) siswa dengan kemampuan matematika tinggi (S1) menunjukkan proses penalaran matematis yang lengkap dan sistematis. S1 berhasil memenuhi semua indikator penalaran matematika dari P1 hingga P5; (2) siswa dengan kemampuan matematika sedang (S2) mampu memenuhi sebagian besar indikator yaitu indikator P1, P2, dan P3. Akan tetapi, S2 belum mampu menarik kesimpulan secara eksplisit dan tidak melakukan verifikasi terhadap jawabannya, sehingga S2 tidak memenuhi indikator P4 dan P5; (3) siswa dengan kemampuan matematika rendah (S3) hanya mampu mengidentifikasi informasi awal dan melakukan manipulasi matematika sederhana yaitu pada indikator P1 dan P2. Akan tetapi, S3 kesulitan dalam menyusun bukti, menarik kesimpulan, dan memeriksa kesahihan suatu argumen, sehingga S3 tidak memenuhi indikator P3, P4, dan P5.

### DAFTAR PUSTAKA

- Alfi Khairuni Sirai, A. (2018). ANALISIS KESALAHAN SISWA SMA DALAM MENYELESAIKAN SOAL MATEMATIKA PADA POKOK BAHASAN STATISTIKA. *Jurnal Mercumatika : Jurnal Penelitian Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 2(2), 8. <https://doi.org/10.26486/jm.v2i2.398>
- Asmana, A. T., Laili, N. H., & Ardiyansah, A. A. (2018). Profil komunikasi matematika tertulis dalam pemecahan masalah matematika di SMP ditinjau dari kemampuan matematika. *Jurnal Inovasi Pendidikan Dan Pembelajaran Matematika*, 4(1), 1–12.
- Chasanah, N. A., Sisworo, S., & Dwiyanah, D. (2019). Meningkatkan Penalaran Matematis Siswa

- 
- pada Materi Ukuran Pemusatan Data melalui Pendekatan Problem Posing. *Jurnal Pendidikan: Teori, Penelitian, Dan Pengembangan*, 4(4), 542. <https://doi.org/10.17977/jptpp.v4i4.12362>
- Diana, P., Ratnasari, R., & Nurvicalesi, N. (2023). Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Siswa Materi Ukuran Pemusatan Data Menggunakan Pendekatan PMRI. *Nabla Dewantara : J.Pendidik.Matematika*, 8(2), 95–102. <https://doi.org/10.51517/nabla.v8i2.258>
- Elok Siswanti, R. (2016). Penalaran Siswa Dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau Dari Perbedaan Jenis Kelamin. *Mathedunesa*.
- Faisal, F., Srimuliati, S., Ulya, K., & Damayanti, L. (2023). Profil Penalaran Matematis Siswa Berdasarkan Gaya Kognitif Reflektif dan Impulsif. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika Al Qalasaki*, 7(1), 94–109. <https://doi.org/10.32505/qalasaki.v7i1.6162>
- Kotto, M. A., Babys, U., & Gella, N. J. M. (2022). Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematika Siswa Melalui Model PBL (Problem Based Learning). *Jurnal Sains Dan Edukasi Sains*, 5(1), 24–27. <https://doi.org/10.24246/juses.v5i1p24-27>
- Kusumawardani, D. R., Wardono, & Kartono. (2018). Pentingnya penalaran matematika dalam meningkatkan kemampuan literasi matematika [The importance of mathematical reasoning in improving mathematical literacy skills]. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 1(1), 588–595.
- Muhajirin, Risnita, & Asrulla. (2024). PENDEKATAN PENELITIAN KUANTITATIF DAN KUALITATIF SERTA TAHAPAN PENELITIAN. *Journal Genta Mulia*, 15(1), 82–92.
- Raharjo, S., Saleh, H., & Sawitri, D. (2020). Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Dengan Pendekatan Open-Ended Dalam Pembelajaran Matematika. *Paedagoria: Jurnal Kajian, Penelitian Dan Pengembangan Kependidikan*, 11(1), 36–43. <https://doi.org/10.31764/paedagoria.v11i1.1881>
- Salam, M., Hasnawati, H., Andini, I. A. P., Suhar, S., & Lambertus, L. (2023). Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Ditinjau Dari Kemampuan Awal. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 12(2), 2351. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v12i2.7448>
- Saraswati, P., Kusumaningrum, B., Ayuningtyas, A. D., Kuncoro, K. S., & Sulistyowati, F. (2023). Kemampuan Penalaran Matematis Siswa SMP dalam Menyelesaikan Soal Literasi. In *SEMANTIK: Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika (Vol. 1, No. 1, Pp. 363-372)*.
- Sukmawati, S., Amrullah, A., Hikmah, N., & Soepriyanto, H. (2023). Analisis Kemampuan Penalaran Siswa Ditinjau Dari Gaya Belajar. *Journal of Classroom Action Research*, 5(2), 106–110.
- Wahyuddin. (2020). *Berpikir Logis , Kemampuan Verbal , Penalaran dan Komunikasi dalam Matematika BerpikirLogis , Kemampuan Verbal , Penalaran dan Komunikasi dalam Matematika*.
- Waruwu, M. (2024). Pendekatan Penelitian Kualitatif: Konsep, Prosedur, Kelebihan dan Peran di Bidang Pendidikan. *Afeksi: Jurnal Penelitian Dan Evaluasi Pendidikan*, 5(2), 198–211. <https://doi.org/10.59698/afeksi.v5i2.236>